

## PROPOSITIO XLV. PROBLEMA XXXI.

*Orbium qui sunt circulis maxime finitimi requiruntur motus apsidum.*

Problema solvitur arithmetice faciendo ut orbis, quem corpus in ellipti mobili (ut in propositionis superioris corol. 2. vel 3.) revolvens describit in plano immobili, accedat ad formam orbis cuius apsidem requiruntur, & quærendo apsidem orbis quem corpus illud in plano immobili describit. Orbis autem eandem acquirent formam, si vires centripetæ quibus describuntur, inter se collatæ, in æqualibus altitudinibus reddantur proportionales. Sit punctum  $V$  apsis summa, & scribantur  $T$  pro altitudine maxima  $CV$ ,  $A$  pro altitudine quavis alia  $CP$  vel  $Cp$ , &  $X$  pro altitudinum differentia  $CV-CP$ ; & vis, qua corpus in ellipti circa umbilicum suum  $C$  (ut in corol. 2.) revolvente movetur, quæque in corol. 2. erat ut  $\frac{FF}{AA}$  +

$\frac{RGG-RFF}{A \text{ cub.}}$ , id est ut  $\frac{FFA+RGG-RFF}{A \text{ cub.}}$ , substituendo  $T-X$

pro  $A$ , erit ut  $\frac{RGG-RFF+TFF-FFX}{A \text{ cub.}}$ . Reducenda similiter est

vis alia quavis centripeta ad fractionem cujus denominator sit  $A \text{ cub.}$  & numeratores, facta homologorum terminorum collatione, statuendi sunt analogi. Res exemplis patebit.

*Exempl. 1.* Ponamus vim centripetam uniformem esse, ideoque ut  $\frac{A \text{ cub.}}{A \text{ cub.}}$ , five (scribendo  $T-X$  pro  $A$  in numeratore) ut  $\frac{T \text{ cub.}-3TTX+3TXX-X \text{ cub.}}{A \text{ cub.}}$ ; & collatis numeratorum terminis

correspondentibus, nimirum datis cum datis & non datis cum non datis, fiet  $RGG-RFF+TFF$  ad  $T \text{ cub.}$  ut  $-FFX$  ad  $-3TTX+3TXX-X \text{ cub.}$  five ut  $-FF$  ad  $-3TT+3TX-XX$ . Jam cum orbis ponatur circulo quam maxime finitimus, coeat orbis cum circulo, & ob factas  $R$ ,  $T$  æquales, atque  $X$  in infinitum diminutam, rationes ultimæ erunt  $RGG$  ad  $T \text{ cub.}$  ut  $-FF$  ad  $-3TT$ , seu  $GG$  ad  $TT$  ut  $FF$  ad  $3TT$ , & vicissim  $GG$  ad  $FF$  ut  $TT$  ad  $3TT$ , id est, ut

ut  $1$  ad  $3$ ; ideoque  $G$  ad  $F$ , hoc est angulus  $VCP$  ad angulum  $VCP$ , ut  $1$  ad  $\sqrt{3}$ . Ergo cum corpus in ellipti immobili, ab apside summa ad apsidem imam descendendo conficiat angulum  $VCP$  (ut ita dicam) graduum  $180$ ; corpus aliud in ellipti mobili, atque ideo in orbe immobili de quo agimus, ab apside summa ad apsidem imam descendendo conficiet angulum  $VCP$  graduum  $\frac{180}{\sqrt{3}}$ : id ideo ob si-

mitudinem orbis hujus, quem corpus agente uniformi vi centripeta describit, & orbis illius quem corpus in ellipti revolvente gyros peragens describit in plano quiescente. Per superiorem terminorum collationem similes redduntur hi orbis, non universaliter sed tunc cum ad formam circularem quam maxime appropinquant. Corpus igitur uniformi cum vi centripeta in orbe propemodum circulari revolvens, inter apsidem summam & apsidem imam conficiet semper angulum  $\frac{180}{\sqrt{3}}$  graduum, seu  $103 \text{ gr. } 55 \text{ m. } 23 \text{ sec.}$  ad

centrum; perveniens ab apside summa ad apsidem imam ubi semel confecit hunc angulum, & inde ad apsidem summam rediens ubi iterum confecit eundem angulum; & sic deinceps in infinitum.

*Exempl. 2.* Ponamus vim centripetam esse ut altitudinis  $A$  dignitas quælibet  $A^{-n}$  seu  $\frac{A^n}{A}$ ; ubi  $n-3$  &  $n$  significant dignitatum indi-

ces quoscunque integros vel fractos, rationales vel irracionales, affirmativos vel negativos. Numerator ille  $A^n$  seu  $T-X$  in seriem indeterminatam per methodum nostram serierum convergentium

reducta, evadit  $T^n - nXT^{n-1} + \frac{nn-n}{2}XXT^{n-2}$  &c. Et collatis hujus terminis cum terminis numeratoris alterius  $RGG-RFF+TFF$

$-FFX$ , fit  $RGG-RFF+TFF$  ad  $T^n$  ut  $-FF$  ad  $-nT^{n-1} + \frac{nn-n}{2}$

$XT^{n-2}$  &c. Et fumendo rationes ultimas ubi orbis ad formam circularem accedunt, fit  $RGG$  ad  $T^n$  ut  $-FF$  ad  $-nT^{n-1}$ , seu  $GG$  ad  $T^{n-1}$  ut  $FF$  ad  $nT^{n-1}$ , & vicissim  $GG$  ad  $FF$  ut  $T^{n-1}$  ad  $nT^{n-1}$  id est ut  $1$  ad  $n$ ; ideoque  $G$  ad  $F$ , id est angulus  $VCP$  ad angulum  $VCP$ , ut  $1$  ad  $\sqrt{n}$ . Quare cum angulus  $VCP$ , in descensu corporis ab apside summa ad apsidem imam in ellipti confectus, sit graduum  $180$ ; conficietur angulus  $VCP$ , in descensu corporis ab apside